

# T.D MAPLE NUMERO 5

## LE D.M

Dans le D.M on a des calculs à faire avec

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

On peut utiliser Maple pour vérifier (faire) certain de ces calculs , avec toutes les réserves de rigueur quand on fait un calcul avec Maple , donc sans vérifier les hypothèses des théorèmes théoriques utilisés.

1. préliminaire : vérifier  $\int_{\mathbb{R}} f = 1$
2. question I.B : calculer  $\int_{\mathbb{R}} e^{-tx} f(x) dx$
3. II.B : calculer  $f * f = \int_{\mathbb{R}} f(t) f(x-t) dt$  et exprimer le résultat à l'aide de  $f$ .
4. II.C si  $\hat{u}(x) = \int_{\mathbb{R}} e^{-tx} u(x) dx$  , exprimer  $(\hat{u})'$  et  $(\hat{u})''$  à l'aide d'intégrale
5. Si vous pensez que Maple peut vous aider sur une autre question n'hésitez pas à continuer ...

## EQUATIONS DIFFERENTIELLES

### 1. SOLUTION EXPLICITE:

la procédure `dsolve` permet de trouver les solutions explicites d'une équation différentielle (voir l'aide)

exemples:

1. étude de  $4(1+x)^2 y'' + 8(1+x)y' + y = 0$ 
  - déterminer toutes les solutions sur  $] -1, +\infty[$  et  $] -\infty, -1[$
  - déterminer la solution sur  $] -1, +\infty[$  telle que  $y(0) = 1$  et  $y'(0) = 1$   
attention à la syntaxe : la condition initiale s'écrit `D(y)(0)=1` et pas avec l'opérateur `diff`  
tracer le graphe de cette solution.
  - Etudier le raccordement en  $x = -1$ .

### 2. APPROXIMATION NUMERIQUE:

l'option `numeric` de la procédure `dsolve` permet de calculer une valeur approchée d'une solution d'une équation différentielle. La procédure `odeplot` du package `plots` permet alors d'en tracer le graphe.

La procédure `DEplot` du package `DEtools` permet aussi de faire le graphe . Sur mon ordinateur les courbes de `odeplot` sont plus jolies.

exemple : équation d'Airy

1. Soit l'équation  $y'' + xy = 0$ 
  - `dsolve` donne une réponse en fonction des fonctions d'Airy , ce qui nous aide peu.
  - Pourquoi existe-t-il une unique solution maximale vérifiant  $\phi_0(0) = 1, \phi_0'(0) = 0$  .
  - utiliser l'option `numeric` de `dsolve` pour résoudre de façon approchée l'équation.

- vérifier  $\phi_0(0)$  et  $\phi_0'(0)$
  - Donner une valeur approchée de  $\phi_a(1)$  et  $\phi_0'(1)$
  - Tracer le graphe de  $\phi_0$  sur  $[-3, 3]$
  - Déterminer de même le graphe de  $\phi_1$  solution vérifiant :  $\phi_1(0) = 0, \phi_1'(0) = 1$
  - Tracer le graphe sur la même figure les graphes de  $\phi_0$  et  $\phi_1$
- Remarque :  $\phi_0$  et  $\phi_1$  sont la base "canonique" de l'espace vectoriel des solutions de l'équation différentielle.

### 3. CHAMP DE VECTEURS

Pour tracer le champ de vecteur associé à un système autonome on utilise la procédure `dfieldplot` du package `DEtools`

1. voir l'aide
2. copier le premier exemple de l'aide , l'exécuter , comprendre le rôle de chaque paramètre
3. Soit le système autonome

$$\begin{aligned}x'(t) &= e^{y(t)} \\y'(t) &= e^{x(t)}\end{aligned}$$

- tracer le champ de vecteur associé
- Déterminer l'unique solution vérifiant  $x(0) = 1, y(0) = 0$ .
- tracer sur une même figure , le graphe de cette solution et le champ de vecteurs.

### 4. PETIT PROBLEME

1. Soit

$$f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-xt} \frac{1 - \cos(t)}{t} dt$$

1. Maple sait-il calculer cette intégrale avec `int` ? que pensez vous du résultat.
2. En admettant que la formule de Leibniz s'applique calculer  $f'$  (avec puis sans symbole d'  $\int$  )
3. Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
4. En déduire le calcul de  $f$ .