QUESTIONS DE COURS

Équations différentielles linéaires du 1er ordre

- Les fonctions $g : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, **dérivables** sur $\mathbb{R}$ et vérifiant

  $$\text{« } \forall (s,t) \in \mathbb{R}^2,\ g(s+t) = g(s) \times g(t) \text{ »}$$

  sont exactement :

  $$\text{la fonction constante nulle } \tilde{0} \quad \text{et} \quad \text{les fonctions du type } f_a : x \mapsto e^{ax}$$

  où a est une constante (dans $\mathbb{C}$).

- Soit $\mathcal{S}_H$, l'ensemble des solutions, sur I, de l'équation différentielle linéaire, du 1er ordre, homogène, normalisée $(EH) : y'(x) + \alpha(x)y(x) = 0$.

  Alors l'ensemble $\mathcal{S}_H$ est stable par combinaison linéaire.

Courbes en coordonnées polaires

- Calcul des coordonnées des vecteurs vitesse $\overrightarrow{M'(\theta)}$ et accélération $\overrightarrow{M''(\theta)}$, dans le repère mobile $\mathcal{R}_\theta = (O, \vec{u}_\theta, \vec{v}_\theta)$: si $\overrightarrow{OM(\theta)} = \rho(\theta)\vec{u}_\theta$, alors

  $$\overrightarrow{M'(\theta)} = \rho'(\theta)\vec{u}_\theta + \rho(\theta)\vec{v}_\theta \quad \text{(i.e)} \quad \left[\overrightarrow{M'(\theta)}\right]_{\mathcal{R}_\theta} = \begin{pmatrix} \rho'(\theta) \\ \rho(\theta) \end{pmatrix}$$

  et

  $$\overrightarrow{M''(\theta)} = (\rho''(\theta) - \rho(\theta))\vec{u}_\theta + 2\rho'(\theta)\vec{v}_\theta \quad \text{(i.e)} \quad \left[\overrightarrow{M''(\theta)}\right]_{\mathcal{R}_\theta} = \begin{pmatrix} \rho''(\theta) - \rho(\theta) \\ 2\rho'(\theta) \end{pmatrix}.$$

- Savoir identifier et tracer rapidement les courbes décrites par

  $$\rho(\theta) = a\cos(\theta) + b\sin(\theta) = 2R\cos(\theta - \theta_0)$$

  ou

  $$\rho(\theta) = \frac{1}{a\cos(\theta) + b\sin(\theta)} = \frac{d}{\cos(\theta - \theta_0)}.$$